EXERCICE N°3 : 7 points 40 '

1°) a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2-\sqrt{2}(1+i)z-1+i=0$

b) Vérifier que les solutions de (E) s'écrivent sous la forme $z_1=2\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)e^{i\frac{\pi}{8}}$ et $z_2=2\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)e^{5i\frac{\pi}{8}}$.

2°) Soit θ un réel de $]0;\pi[$.

a) Vérifier que $e^{2i\theta}-2i\sin\theta\, e^{i\theta}=1$.

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E_θ) : $z^2-2e^{i\theta}z+2i\sin\theta\, e^{i\theta}=0$.

3°) Dans le plan complexe, muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{OI},\vec{OJ})$, on considère les points $A(e^{i\theta}+1)$, $B(e^{i\theta}-1)$ et $C(1-e^{-i\theta})$.

a) Déterminer l'ensemble des points C lorsque θ décrit $]0,\pi[$.

b) Montrer que A, B et C sont alignés.

c) Montrer que le triangle OAB est rectangle en O.

d) Déterminer θ pour que le triangle OAB soit isocèle.

4°) On prend $\theta=\frac{\pi}{5}$. Soit $M(z)$ un point du plan et soit $M'(z')$ tel que $z'=\frac{z-e^{i\theta}-1}{z-e^{i\theta}+1}$ $(z\neq e^{i\theta}-1)$.

a) Déterminer l'ensemble des points M pour que z' soit imaginaire.

b) Montrer que si M varie sur la médiatrice de $[AB]$ alors M' varie sur un cercle que l'on précisera.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn

Tous droits réservés © TakiAcademy.com